

# $n$ 次魔方陣 ( $n = 5$ ) 全解問題における並列化と性能解析

並木中等教育学校 4 年次 杉崎 行優

## 1 動機

筑波大学学際共同利用プログラムの申請が通り、スーパーコンピュータが使用可能になった。そこで以前から開発していた  $n$  次魔方陣 ( $n = 5$ ) 全解出力プログラムを並列化し、実行しようと考えた。

## 2 目的

$n$  次魔方陣 ( $n = 5$ ) 全解出力プログラムを並列化し、それをスーパーコンピュータ T2K-Tsukuba 上で実行させ性能解析をする。

## 3 内容

### 3.1 定義

$n$  を自然数とする。縦  $n$ 、横  $n$  の計  $n^2$  マスに整数が入れられているものを  $n$  次の陣とする。また、陣の内、1 から  $n^2$  の数が 1 つずつ用いられており、縦の  $n$  列、横の  $n$  列、斜めの 2 列それぞれの合計が全て等しく式 1 ( $L$  と定義する) となるものを  $n$  次の魔方陣とする。

$$L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n^2} i = \frac{1}{2}n(n^2 + 1) \quad (1)$$

### 3.2 T2K-Tsukuba の利用

T2K-Tsukuba は筑波大学に設置されているスーパーコンピュータである。今回は筑波大学学際共同利用プログラムに申し込み、T2K-Tsukuba を無料で利用した。なお、今回は 32 ノード上で 512 プロセスを実行した。また、最大連続実行可能時間は 24 時間となっており、実行時間がこの時間を越えた場合、ジョブは強制終了される。

### 3.3 アルゴリズム

各マスに数字を埋めていく総当りを基本とし、その上で探索するパターンの候補を減らすため枝刈り法を改良した。

今アルゴリズムでは、総当りの際、列中の  $n - 1$  個の数が埋まれば、残りの 1 マスの数は  $L$  からそれらの数の合計を引くことにより求められることを利用した。

さらに今回は、数字を埋める順番を工夫した。斜めの列上のマスは縦と横だけでなく斜めの列にも属しているので、それらのマスを優先的に埋めると引き算により求められるマスの個数が増える。これを利用し、まず初めに斜めのマスを埋め、次にその他のマスを埋めていくようにした。

また、魔方陣の鏡像性により、斜めの列の中で角のマスを優先的に埋めることで枝刈り法の効率が向上した。

$n = 5$  の場合、最終的に判定される陣数は高々  ${}_5P_{14} \approx 3.9 \times 10^{17}$  個である。

### 3.4 プログラムの並列化

並列計算ライブラリには MPI(Message Passing Interface) を用いた。また、並列方式にはマスタ・ワーカー型並列を用いた。具体手順を以下に示す。

1. マスタが  $N$  番目 ( $N \in \mathbb{N}$ ,  $N \leq A$ ) のマスまで、数字の総当たりをする。
2. そのうちの 1 つのパターンを 1 つの暇なワーカーに配る。
3. ワーカーがそれを受け取る。
4. そのワーカーが  $N + 1$  番目からの数字を総当たりする。  
マスタは手順 2 から繰り返す。
5. ワーカーの 1 つのパターンに対する処理が終了したら、マスタからのパターン配布を待ち、手順 3 から繰り返す。
6. マスタの  $N$  番目までの総当たり処理が終了したらマスタが全ワーカーに終了を伝え、実行を終了する。

## 4 アルゴリズムに関する考察

アルゴリズムに枝刈り法を用いていることから、ワーカーがマスタから受け取るパターンによってワーカーの処理時間が異なる。また、マスタがワーカーに配るパターン数は、 $N$  の値が小さいほど少なく、 $N$  の値が大きいほど多い。つまり、 $N$  の値が小さいほど問題を荒く分けているといえ、 $N$  の値が大きいほど問題を細かく分けているといえる。

## 5 感想

割と自由度の高い並列プログラムができたのでよかった。準備もできているので今後実行をして性能評価をしていく。

## 6 謝辞

- 筑波大学大学院 システム情報工学研究科 コンピュータサイエンス専攻 朴 泰祐 教授  
T2K-Tsukuba の利用申請や並列プログラムなどについて多くのご教示をいただきました。
- 茨城県立並木中等教育学校 齋藤 達也 先生  
研究・実験の方向性の指導をしてくださいました。
- 茨城県立並木中等教育学校 粉川 雄一郎 先生  
アルゴリズムの開発や研究のまとめにおいて助言をいただきました。

ここに感謝いたします。

## 7 参考文献

なし。